

Calcul littéral : simplification-réduction-simple distributivité

I-Activité

On souhaite tracer un rectangle dont la longueur est quatre fois plus grande que sa largeur.

1-Comment procéder ?

2-Donner l'expression de son périmètre et de son aire.

II-Simplifier une expression littérale

a- Rappel

Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Ces lettres, appelées **variables**, désignent des nombres dont on ne connaît pas la valeur.

Par convention, pour **simplifier** et **réduire** une expression littérale, on peut :

- supprimer le signe \times et le facteur 1 devant une lettre ou une parenthèse ;
- multiplier les lettres identiques entre elles en utilisant la notation de puissance ;
- ajouter ou soustraire les termes de même nature. En revanche, on ne peut pas ajouter ou soustraire des termes de natures différentes.

Exemple

- $1 \times a =$
- $1 \times (a + b) =$
- $a \times b =$
- $a \times a =$
- $a \times a \times a =$
- $c \times 3 =$
- $(2 + x) \times (3 - y) =$

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres : $2 \times 3 \neq 23$

Application

Simplifie l'expression suivante en supprimant les signes \times lorsque c'est possible :

$$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$$

Correction

.....
.....

b- Réduire l'écriture d'une somme algébrique

Réduire, c'est effectuer tous les calculs possibles et appliquer les conventions d'écriture.

Réduis $A = 5x + 2x$ et $B = 4x - 9x$

.....
.....

c- Réduire une écriture d'une somme algébrique contenant des parenthèses

Définition

L'**opposé d'une somme algébrique** est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Exemple : L'opposé de $(a + b - 2ab)$ est $-a - b + 2ab$.

Remarque : Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « - » dans une expression.

Exemple

Réduis l'expression :

$$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x.$$

Correction

.....
.....

Application

Réduire et simplifier les expressions suivantes autant que possible.

$$A = 7 \times x \times (-5) \times x$$

$$B = 8x - 12x$$

$$C = 5x - 7 + 6x$$

$$D = 3x^5 - 7x + 3x^2 + 12x$$

$$E = 8 - 5x^2 + 6 - 5x - 2x^2$$

$$F = 7 \times x \times (-5) + x \times 5 \times x + 11x$$

III-Méthode pour démontrer que deux expressions sont égales

Pour **démontrer que deux expressions littérales sont égales** pour tout nombre x , on peut transformer l'écriture de l'une pour obtenir l'écriture de l'autre.

Pour **démontrer que deux expressions littérales ne sont pas égales** pour tout nombre x , il suffit de trouver une valeur de x pour laquelle les deux expressions ne sont pas égales.

Exemple 1

L'égalité suivante est-elle vraie ?

$$3 - 8x - 1 - 2x = -10x + 2$$

Correction

.....
.....

Exemple 2

L'égalité suivante est-elle vraie ?

$$3x + 7 = 4x$$

Correction

.....
.....

IV-Vocabulaire

Le résultat d'une addition est une **somme**, le résultat d'une soustraction est une **différence**.

Les nombres qui interviennent dans une addition ou une soustraction sont les **termes**.

Le résultat d'une multiplication est un **produit**. Les nombres multipliés sont les **facteurs**.

Le résultat d'une division est un **quotient**.

La nature d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par **l'opération à effectuer en dernier**.

- **Factoriser**, c'est transformer une somme (ou une différence) en un produit.
- **Développer**, c'est transformer un produit en une somme (ou en une différence.)
- Une expression est une **somme** si la dernière opération à effectuer est une addition.
- Une expression est une **différence** si la dernière opération à effectuer est une soustraction.
- Une expression est un **produit** si la dernière opération à effectuer est une multiplication.

Exemple

Déterminer si ces expressions sont des sommes, des différences, des produits ou des quotients.

$$3 \times (7 + x) \div y$$

$$3 \times (76 + x) \div y$$

$$2 \times (x + 4)$$

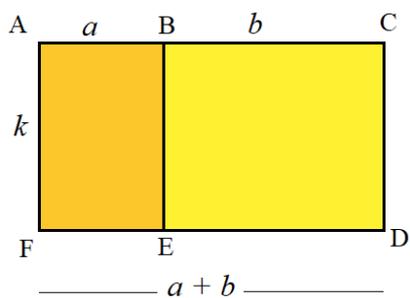
$$2 \times (5 - x) + 3 \times (8 + y)$$

V-Développer une expression à l'aide de la simple distributivité

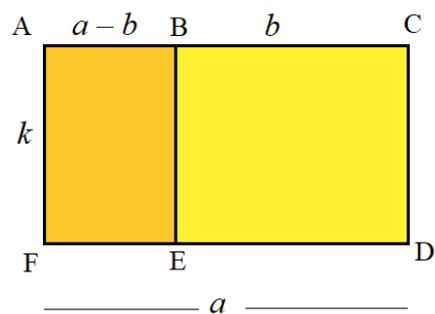
Activité

k , a et b désignent des nombres.

1- Exprimer de deux manières différentes l'aire du rectangle ABCD.



2- Exprimer de deux manières différentes l'aire du rectangle ABFE



Propriété de la simple distributivité

k, a et b désignent des nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemple 1

$$13 \times (13 + a) =$$

Exemple 2

$$13 \times (13 - a) =$$

Exercice d'application : développer et réduire

$$A = 6(-3t - 7)$$

$$B = (4y - 5) \times 3$$

$$C = (8c - 9) \times (-3)$$

$$D = -3(-9t + 2)$$

$$E = 9(z + 2)$$

$$G = (c + 2) \times 8$$

$$H = (x + 8) \times (-9)$$

$$I = 11(5c - 4)$$

$$J = 5(6y - 1)$$