

Arithmétique

I. Vocabulaire et définitions

Qu'est-ce qu'une division euclidienne ?

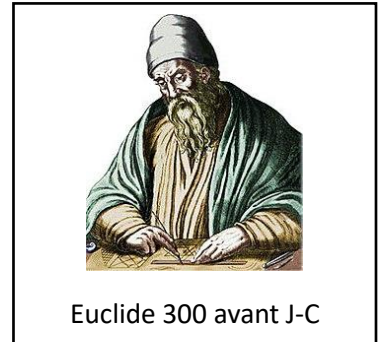
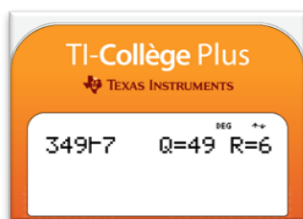
Définition : Effectuer la division euclidienne de **a** par **b**, c'est trouver le quotient **q** et le reste **r** tels que :
$$a = b \times q + r \text{ et } 0 \leq r < b$$

Effectuer la division euclidienne de 349 par 6 signifie :

Dans 349 combien y-a-t-il de 6 ?

Dans 349, il y a 49 fois 6 et il reste 5 Soit $349 = 49 \times 6 + 5$

Avec la calculatrice, on peut effectuer la division euclidienne de 349 par 6



Euclide 300 avant J-C

Exercice d'application

- Effectue la division euclidienne de 183 par 12.
- $278 = 6 \times 45 + 8$: quelle(s) division(s) euclidienne(s) cette égalité représente-t-elle ?

Comment savoir si un nombre est diviseur d'un autre nombre ?

Définition : Un nombre **a** est divisible par un nombre **b** lorsque le reste de **la division euclidienne de a par b** est nul, c'est à dire lorsque le quotient de a par b est un nombre entier. On dit alors que **b** est un diviseur de **a** et que **a** est un multiple de **b**

Remarques :

- 1 est un diviseur de tout entier
- Chaque entier est divisible par lui-même.

Exemple :

- 18 est divisible par 6 car $18 = 6 \times 3 + 0$
- On dit que 6 et 3 sont des diviseurs de 18 et que 18 est un multiple de 6 et de 3.

Connaître les critères de divisibilité

Un critère de divisibilité est un moyen de savoir si un nombre est divisible par un autre nombre sans avoir à poser la division.

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5
- par 10, si son chiffre des unités est 0
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9

- par 4, si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.

Exemples :

81 630 est...

- divisible par 2 parce qu'il est pair ;
- divisible par 5 parce que son chiffre des unités est 0 ;
- divisible par 3 parce que $8 + 1 + 6 + 3 + 0 = 18$ et 18 est divisible par 3 ($3 \times 6 = 18$).

- divisible par 9 parce que $8 + 1 + 6 + 3 + 0 = 18$ et 18 est divisible par 9 ($9 \times 2 = 18$).

Exercice d'application

- 1 290 est-il divisible par :
 - 2 ?
 - 3 ?
 - 5 ?
 - 9 ?

Propriété : Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier n , on teste la divisibilité de n par tous les nombres entiers inférieurs ou égaux à \sqrt{n} .

Exemple : Pour trouver tous les diviseurs de 100, on teste la divisibilité avec tous les entiers inférieurs ou égaux à 10.

Exercice d'application

- 28
- 120
- 162
- 225